

令和7年度 前期日程 入学者選抜学力検査問題
生命化学科・森林科学科 数学 配点および解答例

1 60点 【(1) 30点 (2) 30点】

(1) ℓ と C の共有点の x 座標の値は $x - 1 = x^2 - 2x$ より $x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$p > q$ より $p = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$, $q = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$ … (答)

(2) (1) より P, Q の座標はそれぞれ $\left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$, $\left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 - \sqrt{5}}{2}\right)$ なので, PQ の長さは $\sqrt{10}$

C 上の点を R_a とすると, その座標は $(a, a^2 - 2a)$ と表現できるので, R_a と ℓ の距離は $\frac{|-a^2 + 3a - 1|}{\sqrt{2}}$

よって, $\triangle PQR_a$ の面積は $\frac{\sqrt{5}}{2} |-a^2 + 3a - 1|$

$q < a < p$, つまり $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} < a < \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ を踏まえると $|-a^2 + 3a - 1| = \left| -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \right|$ より

$|-a^2 + 3a - 1|$ は $a = \frac{3}{2}$ のとき最大値 $\frac{5}{4}$ をとる

ゆえに, 題意をみたす R の座標は $\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}\right)$ … (答)

そのときの $\triangle PQR$ の面積は $\frac{5\sqrt{5}}{8}$ … (答)

2 70点 【(1) 40点 (2) 30点】

(1) $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = 12, b_2 = 28, b_3 = 48, b_4 = 72, b_5 = 100, b_6 = 132, \dots$$

$\{b_n\}$ の階差数列を数列 $\{c_n\}$ とすると

$$c_1 = 16, c_2 = 20, c_3 = 24, c_4 = 28, c_5 = 32, \dots$$

よって、題意より $\{c_n\}$ は初項 16, 公差 4 の等差数列

ゆえに、 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n = 16 + 4(n-1) = 4n + 12$

$$\{b_n\} \text{ の階差数列が } \{c_n\} \text{ なので } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} c_k = 12 + 4 \sum_{k=1}^{n-1} k + 12 \sum_{k=1}^{n-1} 1 \dots \textcircled{1}$$

$$n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } \sum_{k=1}^{n-1} 1 = n-1 \dots \textcircled{2} \quad \sum_{k=1}^{n-1} k = \frac{1}{2}(n-1)n \dots \textcircled{3} \text{ なので}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } b_n = 2n^2 + 10n \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4}$ において $n = 1$ としても $b_1 = 12$ となるので $\{b_n\}$ の一般項は $b_n = 2n^2 + 10n \dots$ (答)

$$\{a_n\} \text{ の階差数列が } \{b_n\} \text{ なので } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 6 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} k^2 + 10 \sum_{k=1}^{n-1} k \dots \textcircled{5}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} k^2 = \frac{1}{6}(n-1)n(2n-1) \dots \textcircled{6} \text{ なので}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{5}, \textcircled{6} \text{ より } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } a_n = \frac{2}{3}n^3 + 4n^2 - \frac{14}{3}n + 6 \dots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{7} \text{ において } n = 1 \text{ としても } a_1 = 6 \text{ となるので } \{a_n\} \text{ の一般項は } a_n = \frac{2}{3}n^3 + 4n^2 - \frac{14}{3}n + 6 \dots \text{ (答)}$$

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して $p_n = (n+1)! - n!$ であることに注意すると

$$S_n = (2! - 1!) + (3! - 2!) + (4! - 3!) + \dots + \{n! - (n-1)!\} + \{(n+1)! - n!\} = (n+1)! - 1 \dots \text{ (答)}$$

3 70点 【(1) 35点 (2) 35点】

(1) 平均値が7個なので $\frac{5+10+7+5+8+6+a+b}{8} = 7$

よって, $b = 15 - a \dots \textcircled{1}$

分散が4なので $\frac{(5-7)^2 + (10-7)^2 + (7-7)^2 + (5-7)^2 + (8-7)^2 + (6-7)^2 + (a-7)^2 + (b-7)^2}{8} = 4$

よって, $(a-7)^2 + (b-7)^2 = 13 \dots \textcircled{2}$

①, ②より $(a-5)(a-10) = 0$ なので $a = 5, 10$

$a = 5$ のとき ①より $b = 10$ なので $a < b$ を満たす

$a = 10$ のとき ①より $b = 5$ なので $a < b$ を満たさない

ゆえに, $a = 5, b = 10 \dots$ (答)

- (2) 袋Aから取り出した1個の種子が産地X, 産地Y, 産地Zのものである事象をそれぞれX, Y, Z,
袋Aから取り出した1個の種子が発芽しない事象をNとすると

$P(X) = \frac{3}{5} \dots \textcircled{3} \quad P(Y) = \frac{3}{10} \dots \textcircled{4} \quad P(Z) = \frac{1}{10} \dots \textcircled{5}$

$P_X(N) = \frac{1}{50} \dots \textcircled{6} \quad P_Y(N) = \frac{1}{100} \dots \textcircled{7} \quad P_Z(N) = \frac{1}{20} \dots \textcircled{8}$

発芽しない種子の産地は産地X, 産地Y, 産地Zのいずれかであり, 発芽しない種子が産地X, 発芽しない種子が産地Y, 発芽しない種子が産地Zという3つの事象は互いに排反であるため, 袋Aから取り出した1個の種子が発芽しない確率は

$P(N) = P(X \cap N) + P(Y \cap N) + P(Z \cap N) = P(X)P_X(N) + P(Y)P_Y(N) + P(Z)P_Z(N) \dots \textcircled{9}$

よって ③, ④, ⑤, ⑥, ⑦, ⑧, ⑨より $P(N) = \frac{1}{50} \dots \textcircled{10} \dots$ (答)

袋Aから取り出した1個の種子が発芽しないとき, その産地がYである条件付き確率は

$P_N(Y) = \frac{P(N \cap Y)}{P(N)} = \frac{P(Y \cap N)}{P(N)} = \frac{P(Y)P_Y(N)}{P(N)} \dots \textcircled{11}$

よって ④, ⑦, ⑩, ⑪より $P_N(Y) = \frac{3}{20} \dots$ (答)

令和7年度 前期日程 入学者選抜学力検査問題
理工情報学科 数学 配点および解答例

2 100点 【(1) 60点 (2) 40点】

(1) $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = 12, b_2 = 28, b_3 = 48, b_4 = 72, b_5 = 100, b_6 = 132, \dots$$

$\{b_n\}$ の階差数列を数列 $\{c_n\}$ とすると

$$c_1 = 16, c_2 = 20, c_3 = 24, c_4 = 28, c_5 = 32, \dots$$

よって、題意より $\{c_n\}$ は初項 16, 公差 4 の等差数列

ゆえに、 $\{c_n\}$ の一般項は $c_n = 16 + 4(n - 1) = 4n + 12$

$$\{b_n\} \text{ の階差数列が } \{c_n\} \text{ なので } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} c_k = 12 + 4 \sum_{k=1}^{n-1} k + 12 \sum_{k=1}^{n-1} 1 \dots \textcircled{1}$$

$$n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } \sum_{k=1}^{n-1} 1 = n - 1 \dots \textcircled{2} \quad \sum_{k=1}^{n-1} k = \frac{1}{2}(n - 1)n \dots \textcircled{3} \text{ なので}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } b_n = 2n^2 + 10n \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4}$ において $n = 1$ としても $b_1 = 12$ となるので $\{b_n\}$ の一般項は $b_n = 2n^2 + 10n \dots$ (答)

$$\{a_n\} \text{ の階差数列が } \{b_n\} \text{ なので } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 6 + 2 \sum_{k=1}^{n-1} k^2 + 10 \sum_{k=1}^{n-1} k \dots \textcircled{5}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} k^2 = \frac{1}{6}(n - 1)n(2n - 1) \dots \textcircled{6} \text{ なので}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{5}, \textcircled{6} \text{ より } n = 2, 3, 4, \dots \text{ に対して } a_n = \frac{2}{3}n^3 + 4n^2 - \frac{14}{3}n + 6 \dots \textcircled{7}$$

$$\textcircled{7} \text{ において } n = 1 \text{ としても } a_1 = 6 \text{ となるので } \{a_n\} \text{ の一般項は } a_n = \frac{2}{3}n^3 + 4n^2 - \frac{14}{3}n + 6 \dots \text{ (答)}$$

(2) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して $p_n = (n + 1)! - n!$ であることに注意すると

$$S_n = (2! - 1!) + (3! - 2!) + (4! - 3!) + \dots + \{n! - (n - 1)!\} + \{(n + 1)! - n!\} = (n + 1)! - 1 \dots \text{ (答)}$$

3 100 点 【(1) 50 点 (2) 50 点】

(1) 平均値が 7 個なので $\frac{5+10+7+5+8+6+a+b}{8} = 7$

よって, $b = 15 - a \dots \textcircled{1}$

分散が 4 なので $\frac{(5-7)^2 + (10-7)^2 + (7-7)^2 + (5-7)^2 + (8-7)^2 + (6-7)^2 + (a-7)^2 + (b-7)^2}{8} = 4$

よって, $(a-7)^2 + (b-7)^2 = 13 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より $(a-5)(a-10) = 0$ なので $a = 5, 10$

$a = 5$ のとき $\textcircled{1}$ より $b = 10$ なので $a < b$ を満たす

$a = 10$ のとき $\textcircled{1}$ より $b = 5$ なので $a < b$ を満たさない

ゆえに, $a = 5, b = 10 \dots (\text{答})$

- (2) 袋 A から取り出した 1 個の種子が産地 X, 産地 Y, 産地 Z のものである事象をそれぞれ X, Y, Z,
袋 A から取り出した 1 個の種子が発芽しない事象を N とすると

$P(X) = \frac{3}{5} \dots \textcircled{3} \quad P(Y) = \frac{3}{10} \dots \textcircled{4} \quad P(Z) = \frac{1}{10} \dots \textcircled{5}$

$P_X(N) = \frac{1}{50} \dots \textcircled{6} \quad P_Y(N) = \frac{1}{100} \dots \textcircled{7} \quad P_Z(N) = \frac{1}{20} \dots \textcircled{8}$

発芽しない種子の産地は産地 X, 産地 Y, 産地 Z のいずれかであり, 発芽しない種子が産地 X, 発芽しない種子が産地 Y, 発芽しない種子が産地 Z という 3 つの事象は互いに排反であるため, 袋 A から取り出した 1 個の種子が発芽しない確率は

$P(N) = P(X \cap N) + P(Y \cap N) + P(Z \cap N) = P(X)P_X(N) + P(Y)P_Y(N) + P(Z)P_Z(N) \dots \textcircled{9}$

よって $\textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}, \textcircled{6}, \textcircled{7}, \textcircled{8}, \textcircled{9}$ より $P(N) = \frac{1}{50} \dots \textcircled{10} \dots (\text{答})$

袋 A から取り出した 1 個の種子が発芽しないとき, その産地が Y である条件付き確率は

$P_N(Y) = \frac{P(N \cap Y)}{P(N)} = \frac{P(Y \cap N)}{P(N)} = \frac{P(Y)P_Y(N)}{P(N)} \dots \textcircled{11}$

よって $\textcircled{4}, \textcircled{7}, \textcircled{10}, \textcircled{11}$ より $P_N(Y) = \frac{3}{20} \dots (\text{答})$

4 100 点 【(1) 30 点 (2) 30 点 (3) 40 点】

(1) m を偶数, つまり p を自然数として $m = 2p$ と仮定

$$k = \frac{m^3 - mn + 1}{m^2 + mn + 2} \text{ とすると } 2\{(2p^2 + np + 1)k - 4p^3 + np\} = 1$$

$(2p^2 + np + 1)k - 4p^3 + np$ は整数なので矛盾

よって, m は奇数である (証明終わり)

(2) $k - \frac{m+1}{2} = \frac{m(m^2 - mn - m - 3n - 2)}{2(m^2 + mn + 2)}$ において, (1) より m は奇数なので $\frac{m+1}{2}$ は整数

よって, $\frac{m(m^2 - mn - m - 3n - 2)}{2(m^2 + mn + 2)}$ も整数

m と $2(m^2 + mn + 2)$ の最大公約数は m と $2(m^2 + mn + 2) - m(2m + 2n)$ の最大公約数,

つまり m と 4 の最大公約数と同じなので m が奇数であることを踏まえると 1

ゆえに, $\frac{m^2 - mn - m - 3n - 2}{2(m^2 + mn + 2)}$ は整数である (証明終わり)

(3) (2) より $\frac{m^2 - mn - m - 3n - 2}{2(m^2 + mn + 2)}$ が整数となる m と n の組 (m, n) に対して k もまた整数となる

(i) $m^2 - mn - m - 3n - 2 = 0$ のとき

$(m+3)(-m+n+4) = 10$ なので, m, n が自然数であることを踏まえると $m = 7, n = 4$

(ii) $m^2 - mn - m - 3n - 2 \geq 2(m^2 + mn + 2)$ のとき

$m^2 + 3mn + m + 3n + 6 \leq 0$ なので, m, n が自然数であることを踏まえると矛盾

(iii) $-(m^2 - mn - m - 3n - 2) \geq 2(m^2 + mn + 2)$ のとき

$3m^2 + mn - m - 3n + 2 \leq 0$ なので, $3m^2 - m + 2 > 0$ を踏まえると $mn - 3n < 0$

よって, (1) より m は奇数なので, $m = 1$

$$\text{ゆえに, } k = \frac{-n+2}{n+3}$$

$$\frac{-n+2}{n+3} = -1 + \frac{5}{n+3} \text{ なので } n \text{ が自然数であることを踏まえると } n = 2$$

したがって (i), (ii), (iii) より $(m, n) = (1, 2), (7, 4) \dots$ (答)

5 100 点 【(1) 35 点 (2) 35 点 (3) 30 点】

$$(1) |\sin^2 t - \sin^2 x| = \begin{cases} \sin^2 x - \sin^2 t & (0 \leq t \leq x) \\ \sin^2 t - \sin^2 x & (x \leq t \leq \frac{\pi}{2}) \end{cases} \text{なので}$$

$$f(x) = \int_0^x (\sin^2 x - \sin^2 t) dt + \int_x^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 t - \sin^2 x) dt$$

$$\sin^2 t = \frac{1 - \cos 2t}{2} \text{ を用いると } \int \sin^2 t dt = \frac{1}{2}t - \frac{1}{4}\sin 2t + C \text{ (} C \text{ は積分定数)}$$

$$\begin{aligned} \text{よって, } f(x) &= \left[t \sin^2 x - \frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t \right]_0^x + \left[\frac{1}{2}t - \frac{1}{4}\sin 2t - t \sin^2 x \right]_x^{\frac{\pi}{2}} \\ &= \left(2x - \frac{\pi}{2} \right) \sin^2 x + \frac{1}{2}\sin 2x - x + \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{2}\sin 2x - \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \cos 2x \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$

$$(2) f'(x) = 2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \sin 2x$$

よって, $x = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$ のとき $f'(x) = 0$ なので, $f(x)$ の増減表は以下のとおり

x	0	...	$\frac{\pi}{4}$	...	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	0	-	0	+	0
$f(x)$	$\frac{\pi}{4}$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{\pi}{4}$

ゆえに, $x = 0, \frac{\pi}{2}$ のとき最大値 $\frac{\pi}{4}$, $x = \frac{\pi}{4}$ のとき最小値 $\frac{1}{2}$... (答)

(3) (2) より $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ において $f(x) > 0$ なので, 求める面積は

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx &= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 2x dx + \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx \\ &= \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{2} \cos 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[\frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{2} x \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\pi}{4} \left[\frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= 1 \cdots (\text{答}) \end{aligned}$$