

令和2年度 前期日程
入学者選抜学力検査問題

環境・情報科学科学
数

〔注 意〕

- 1 机上に受験票を提示しておくこと。
- 2 監督者の指示があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- 3 解答は必ず解答用紙の指定された箇所に記入すること。
- 4 解答用紙に受験番号および氏名を必ず記入すること。
- 5 この冊子の問題は4ページからなっている。
- 6 解答用紙は4枚ある。
- 7 下書き用紙は4枚ある。
- 8 この問題冊子のうち、落丁・乱丁および印刷不鮮明な箇所があれば、手をあげて申し出ること。
- 9 解答用紙は持ち帰ってはいけない。
- 10 問題冊子と下書き用紙は、持ち帰ること。

1 x, y を 0 でない有理数とする. $x + \frac{1}{y}$ と $y + \frac{2}{x}$ が自然数のとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $x > 0, y > 0$ であることを示せ.

(2) $y = \frac{1}{x}$ のとき x の値をすべて求めよ.

(3) x と y の組 (x, y) をすべて求めよ.

(配点 100 点)

2 p を 0 でない実数とする. $a_1 = 1$ とする. 数列 $\{a_n\}$ に対して, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ が

$$S_{n+1} = pS_n + n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) a_2, a_3 を p を用いてそれぞれ表せ.
- (2) $n \geq 2$ のとき, a_{n+1} を a_n を用いて表せ.
- (3) 数列 $\{S_n\}$ の一般項を求めよ.

(配点 100 点)

3 s を 0 でない実数とし, $-5 < t < 7$ とする. O を原点とする xyz 空間内に 4 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $P\left(s, t, \frac{9}{s}\right)$ がある. 3 点 A, B, C の定める平面を α とする. 以下の問いに答えよ.

(1) P は α 上にないことを示せ.

(2) P から α に垂線 PH を下ろす. 点 H の座標を s, t を用いて表せ.

(3) q を実数とする. 点 $Q(0, q, 0)$ と P を通る直線が α と直交するときの s の値をすべて求めよ.

(配点 100 点)

4 p を実数とする. xy 平面上に曲線 $C_1 : y = 4 - x^2$, 曲線 $C_2 : y = x^3 - x + p$ がある. 以下の問いに答えよ.

(1) C_1 と C_2 の共有点が 2 個のとき, C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積を S とする. p と S の組 (p, S) をすべて求めよ.

(2) C_1 と C_2 が $x = -\frac{1}{2}$ で共有点をもつとき, C_1 と C_2 で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ.

(配点 100 点)